Exercice 10 :

On pose pour tout entier naturel n : $J_n = \int_1^e x^2(\ln x)^n dx$

1. a. Calculer J_0.

   b. En utilisant une intégration par parties, calculer J_1.

2. a. En utilisant une intégration par parties, démontrer que pour tout entier naturel n :

$$3J_{n+1} + (n+1)J_n = e^3 \quad \text{(E)}$$

b. En déduire la valeur exacte de J_2.

3. a. Démontrer que, pour tout entier naturel n, J_n est positive.

b. Déduire de l'égalité (E) que pour tout entier naturel n, $J_n \leq \frac{e^3}{n+1}$.

c. En déduire que la suite (J_n) est convergente vers une limite que l'on précisera.

© najah.com®